

**15. Il codice di ingresso** (punti 40)

James ha scoperto che il codice di ingresso alla base è un numero di quattro cifre, divisibile per 7 e tale che il numero ottenuto scrivendo le cifre alla rovescia è maggiore del numero originale, ma pure divisibile per 7. In più entrambi i numeri hanno lo stesso resto nella divisione con 37; infine il codice è il più grande con queste proprietà.

Qual è il codice di ingresso?

**16. Il secondo grattacielo** (punti 50)

Nella stessa zona del grattacielo cilindrico c'è un altro grattacielo composto da un prisma e una piramide. Il prisma ha come base un pentagono regolare: il perimetro di base è 600 m, le pareti laterali sono alte 240 m. La piramide, che funge da tetto, ha la stessa base del prisma e ogni spiovente è un triangolo equilatero. Sempre grazie a ventose che gli permettono di muoversi in qualunque direzione sulla superficie liscia del palazzo, 007 sta scalando il grattacielo per posizionare una bomba su ognuno degli spigoli, esattamente 30 m sotto la grondaia alla base del tetto. James ha posizionato la terza, ma si rende conto di aver sbagliato: ha già fissato una bomba in ciascuno dei due spigoli vicini e ora deve raggiungere uno dopo l'altro i due spigoli più lontani. Qual è la misura in metri della distanza minima che deve percorrere per terminare il lavoro e fissare tutte e cinque le bombe nei punti richiesti?

**17. I ninja bassi** (punti 50)

Davanti ai ninja del servizio segreto giapponese, James Bond, agente del SIS (Secret Intelligence Service), non riesce a trattenere una battuta: «Siete più bassi degli agenti nel SIS». Colpito nell'orgoglio, Tiger, il capo dei ninja, gli chiede: «Che cosa intendi dire? Vuoi dire che

1. Ogni ninja è più basso di ogni agente del SIS?
2. Ogni ninja è più basso di qualche agente del SIS?
3. Si possono allineare i ninja e gli agenti del SIS su due file, una di fronte all'altra, in modo che ogni ninja abbia di fronte un agente del SIS più alto e ogni agente del SIS abbia di fronte un ninja?
4. Il più alto tra gli agenti del SIS è più alto del più alto dei ninja?
5. Il più basso agente del SIS è più alto di un numero di ninja superiore al numero di agenti del SIS più bassi del più alto ninja?
6. L'altezza media dei ninja è minore dell'altezza media degli agenti del SIS?»

James non sa che cosa dire, ma si sforza di determinare tutte le coppie di domande  $(a, b)$  con  $1 \leq a \leq 6$  e  $1 \leq b \leq 6$  tali che la risposta "sì" alla prima comporta la risposta "sì" alla seconda. Quante sono queste coppie?